Pemetaan Jaringan Blockchain Sebagai Graf Terhubung : Analisis Diameter, Clustering, dan Kerentanannya

Zahran Alvan P.W. - 13524124
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung
E-mail: zahranalvan2901@gmail.com , 13524124@std.stei.itb.ac.id

***Abstract*— Blockchain beroperasi pada arsitektur jaringan peer-to-peer yang terdesentralisasi. Makalah ini memodelkan konektivitas peer dalam sistem blockchain menggunakan teori graf, di mana setiap node mewakili peer dan edge mewakili tautan komunikasi. Studi ini menganalisis metrik graf seperti diameter, distribusi derajat, dan koefisien pengelompokan untuk mengevaluasi ketahanan dan efisiensi jaringan blockchain. Hasilnya menyoroti pentingnya struktur konektivitas dalam menjaga ketahanan dan kinerja sistem blockchain.**

***Keywords*—Teori Graf, Ketahanan Jaringan, Kelompok Klaster, Peer-to-Peer (P2P)**

I. Pendahuluan

Blockhain merupakan salah satu inovasi penting dalam dunia teknologi informasi di era saat ini. Blockchain memunhkinkan pertukaran data atau asset secara terdesentralisasi, transparan, aman. Dibalik blockchain sendiri terdapat jaringan kompputer yang bekerja secara peer-to-peer yang menopang sistem ini, yaitu setiap simpul (node) menyimpan salinan data dan berpartisipasi dalam validasi transaksi maupun blok.

Struktur jaringan ini dalam dimodelkan secara matematis menggunakan teori graf sedemikian sehingga simpul merepresentasikan node dalam jaringan, dan sisi (edges) merepresentasikan koneksi atau komunikasi antar node. Pendekatan ini membuka peluang untuk menganalisis aspek penting seperti efisiensi komunikasi, ketahana terhdapa serangan, serta tingkat desentralisasi suatu sisitem blockchain.

Dengan menggunakan merik graf seperti diameter graf, clustering coefficient, dan derajat simpul, makalah ini bertujuan untuk mengevaluasi ketahanan topologi jaringan blockchain terhadap kondisi gangguan, serta menilai seberapa efisien informasi tersebar dalam jaringan tersebut.

II. Landasan Teori

A. Teori Graf

Graf dalam matematika umumnya digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Graf G didefinisikan sebagai G = (V,E) yang dalam hal ini :

V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices)

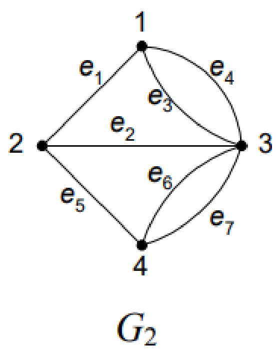
= {v1, v2, …, vn}

→ Himpunan V tidak boleh kosong, artinya graf tidak boleh tidak mengandung simpul

E = himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul

= {e1, e2, …, en}

→ Himpunan E boleh kosong, artinya graf boleh tidak mengandung sisi satu buah pun.



***Gambar** 1. Graf Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

Misalkan pada gambar diatas G2 adalah graf dengan

V = { 1, 2, 3, 4 }

E = { (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4) }

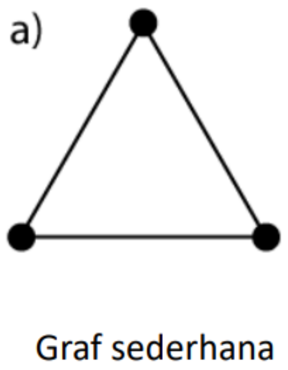
= { e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7}.

Pada G2, sisi e3 = (1, 3) dan sisi e4 = (1, 3) dinamakan sisi ganda (multiple edges atau paralel edges) karena kedua sisi ini menghubungi dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3.

Jika berdasarkan ada atau tidaknya sisi ganda atau gelang graf dapat dibedakan menjadi 2 jenis yaitu :

1. Graf Sederhana (Simple Graph)

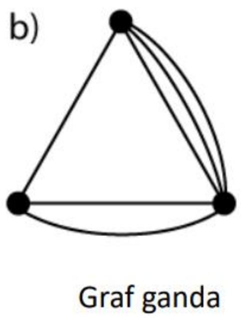
   Adalah graf yang tidak memiliki sisi ganda maupun kalang.



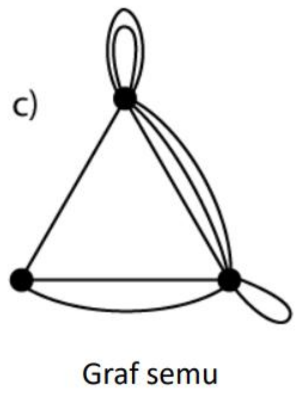
Gambar *2. Graf Sederhana Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

2. Graf tak-Sederhana (Unsimple-Graph

   Adalah graf yang memiliki sisi ganda maupun kalang.



Gambar *3. Graf Ganda Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

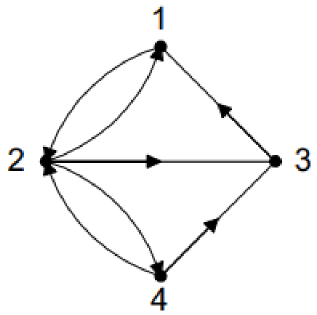


Gambar *4. Graf Semu Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

Jika dibedakan berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dapat dibedakan menjadi 2 jenis, yaitu :

1. Graf Berarah (*directed graph*)

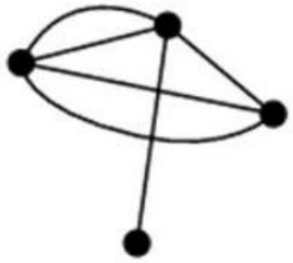
   Yaitu graf yang sisinya memiliki arah dari suatu simpul ke simpul lainnya.



Gambar *5. Graf Beararh Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

2. Graf tak-Berarah (*undirected graph*)

   Yaitu graf yang sisinya tidak memiliki arah dari suatu simpul ke simpul lainnya.

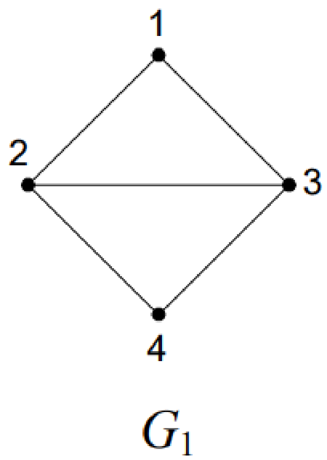


Gambar 6. Graf tak-Beararh Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf

B. Istilah Teknis dalam Graf

1. Ketetanggaan (Adjacent)

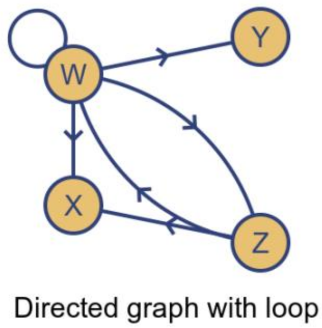
Dua buah simpul yang terhubung secara langsung dikatakan bertetangga.



Gambar 7. Graf Sederhana G1 Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf

Pada gambar diatas simpul 2 bertetangga dengan simpul 1, 3 4, namun simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.

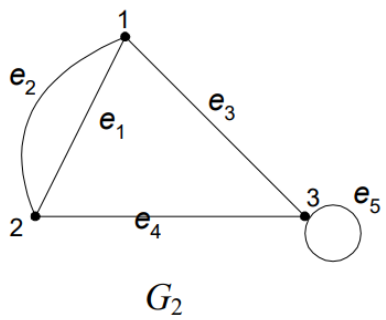
Pada graf berarah dikatakan bertetangga jika simpul i memiliki arah ke simpul j.



Gambar 9. Graf Berarah dengan Kalang Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf

2. Bersisian (Incidency)

Untuk sembarang sisi e = (vj , vk) dikatakan e beririsan dengan simpul vj atau vk.



Gambar 10. Graf tak-Sederhana Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf

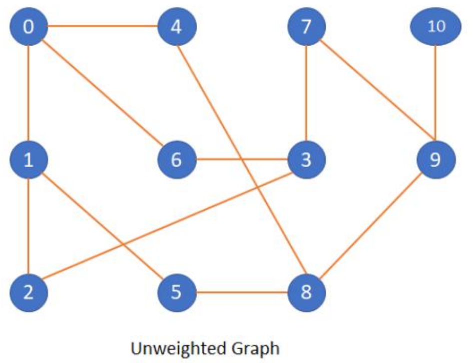
Tinjau graf G2 : sisi e1 dan sisi e2 beririsan dengan simpul 1 dan simpul 2, sisi e3 beririsan dengan simpul 1 dan simpul 3, sisi e4 beririsan dengan simpul 2 dan simpul 3, sisi e5 beririsan dengan simpul 3.

3. Derajat

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang beririsan dengan simpul tersebut . Notasi : d(v). Meninjau graf G2 pada Gambar 8. Graf tak-Sederhana, d(1) = 3 , d(3) = 4

4. Lintasan (Path)

Lintasan yang memiliki panjang n dalam sebuah graf G dari awal simpul v0 ke simpul akhir (tujuan) vn adalah barisan simpul yang berselang-seling dan membentuk sisi-sisi. Jadi bentuknya adalah v0, e1, v1, e2, …, …., v(n-1), en, vn sedemikian sehingga e1 = (v0,v1), e2 = (v1,v2, …, vn = (v(n-1), vn) adalah sisi dari graf G.



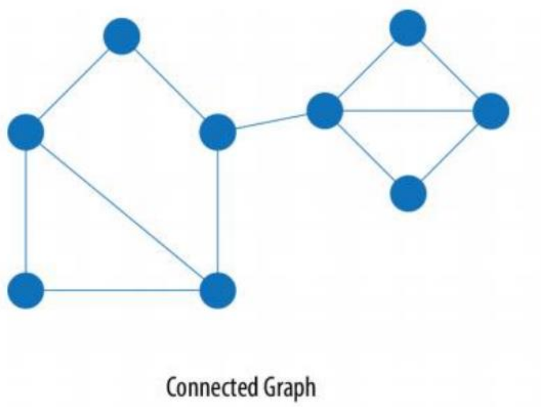
Gambar 11. *Graf tak-Berbobot Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

Graf sederhana diatas memiliki lintasan sebagai 0, 3, 7, 9, 10 adalah lintasan dari simpul 0 ke 10 yang melalui sisi (0,3), (3,7), (7,9), (9,10). Lintasan diatas memiliki panjang lintasan yaitu 5.

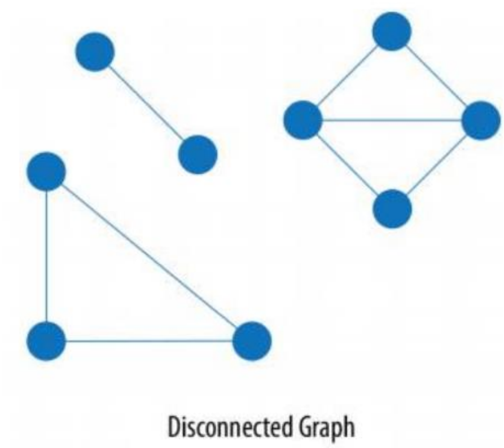
Selain lintasan ada juga terminologi yang disebut sebagai sirkuit (siklus). Siklus atau sirkuit ini merupakan lintasan yang memiliki awalan simpul dan akhiran simpul sama. Pada Graf sderhana diatas lintasan 0, 4, 8, 5, 1 adalah sebuah sirkuit (siklus). Panjang dari sirkuit graf G diatas adalah 5.

5. Keterhubungan (Connected)

Dua buah simpul v1 dan simpul v2 dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari v1 ke v2. G disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul vi dan vj dalam himpunan V terdapat lintasan dari vi ke vj . Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung(disconnected graph).



Gambar 12. *Graf Terhubungt Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*



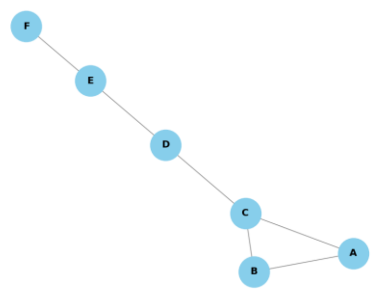
Gambar 13. *Graf tak-Terhubung Sumber : https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf*

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung (graf tidak berarah dari G diperoleh dengan menghilangkan arahnya). Dua simpul, u dan v, pada graf berarah G disebut terhubung kuat (strongly connected) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u. Jika u ddan v tidak terhubung kuat tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya maka u dan v dikatakan terhubung lemah (weakly connected).

III. Analisis Diameter, Clustering, dan Kerentanannya

A. Diameter

Diameter adalah ukuran seberapa jauh dua simpul terpisah dalam sebuah graf diukur berdasarkan jarak terpendek (shortest path)antar pasangan simpul. Secara formal graf dapat diartikan jarak terpendek maksimum antara dua simpul mana pun dalam graf tersebut. Dapat didefinisikan sebagai d(u,v) = jarak terpendek antar simpul u dengan simpul v. d(G) = max d(u,v). Diameter penting digunakan untuk efisiensi jaringan, dengan diameter kecil maka informasi bisa menyebar lebih cepat. Dalam dunia blockchain, diameter berkaitan dengan kecepatan propagasi blok ke seluruh jaringan. Misalkan graf G mempunyai simpul V = (A,B,C,D,E,F) dan sisi E = {(A,B), (A,C), (B,C),(C,D),(D,E), (E,F).



Gambar 14. *Graf Sederhana - Terhubung*

Graf diatas memiliki diameter yaitu 4 karena A-F meupakan jarak terpanjang dengan jalur terpendek. Untuk graf tidak terhubung, diameter biasanya dianggap tak hingga (∞) karena ada simpul yang tidak bisa dijangkau.

Diameter sering dibahas bersama eksentrisitas:

- Eksentrisitas simpul = jarak terjauh dari simpul tersebut ke simpul lain.
- Diameter = maksimum dari semua eksentrisitas.

B. Clustering

Clustering coefficient: ukuran seberapa besar kemungkinan tetangga dari suatu simpul juga saling terhubung satu sama lain. Secara lebih formal, untuk sebuah simpul dengan tetangga, maksimum jumlah koneksi yang mungkin antar tetangga. Clustering coefficient lokal dari dihitung sebagai rasio antara jumlah koneksi aktual antar tetangganya dengan jumlah koneksi maksimum yang mungkin. Clustering coefficient total graf diperoleh dari rata-rata nilai clustering coefficient lokal seluruh simpul. Nilai ini menggambarkan kecenderungan pembentukan komunitas lokal di dalam jaringan, yang dalam konteks blockchain dapat menunjukkan kekuatan konektivitas regional dan redundansi jalur komunikasi.

C. Pemodelan Graf Jaringan Blockchain

Supaya mudah untuk memahami struktur jaringan blockchain secara sederhana kita dapat menggunakan teori graf dengan model graf tak-berarah G = (V,E), V menyatakan node dalam jaringan dan E menyatakan himpunan sisi yaitu koneksi langsung antar node yang saling berkomunikasi. Sebagai ilustrasi kita gunakan Gambar 14. Graf Sederhana-Terhubung Struktur graf ini mencerminkan bagaimana informasi dapat mengalir dari satu simpul ke simpul lain melalui jalur tertentu. Node C dalam graf ini dapat dianggap sebagai simpul pusat sementara, karena memiliki koneksi ke tiga node lainnya (A, B, dan D). Ini akan memengaruhi pengukuran diameter dan clustering coefficient.

Dalam hal ini diameternya adalah 4 yaitu ditemukan pada simpul A -F . Jumlah total sisi dalam graf adalah 6, sehingga total derajat :

Total Derajat = 2E
= 2.6
= 12,

Derajat rata-rata = Total Derajat / Jumlah Total Sisi
= 12 / 6
= 2

- Node A: Tetangga = {B, C} → koneksi antar tetangga: (B–C) ada → 1 koneksi aktual
  - Maks koneksi = 2(2-1)/2 = 1
  - Clustering A = 1/1 = 1.00
- Node B: Tetangga = {A, C} → koneksi antar tetangga: (A–C) ada → 1 koneksi aktual
  - Maks koneksi = 2(2-1)/2 = 1
  - Clustering B = 1/1 = 1.00
- Node C: Tetangga = {A, B, D} → koneksi antar tetangga: (A–B) ada → 1 koneksi aktual
  - Maks koneksi = 3(3-1)/2 = 3
  - Clustering C = 1/3 ≈ 0.33
- Node D: Tetangga = {C, E} → koneksi antar tetangga: tidak ada koneksi antar C dan E → 0
  - Maks koneksi = 2(2-1)/2 = 1
  - Clustering D = 0/1 = 0.00
- Node E: Tetangga = {D, F} → tidak ada koneksi antar D dan F → 0
  - Maks koneksi = 2(2-1)/2 = 1
  - Clustering E = 0/1 = 0.00
- Node F: Tetangga = {E} → karena hanya 1 tetangga, clustering tidak terdefinisi atau dianggap 0
  - Clustering F = 0.00

Rata-rata clustering coefficient global dihitung dengan merasiokan jumlah semua clustering lokal pada masing-masing simpul terhadap jumlah simpul dan didapatkan hasilnya adalah 0.39. Nilai ini menunjukkan bahwa secara umum hanya sebagian kecil dari tetangga dalam jaringan yang membentuk komunitas lokal tertutup.

D. Analisis Centrality dan Ketahanan Jaringan

Selain diameter dan clustering, penting juga untuk memahami centrality dari suatu simpul, terutama dalam konteks ketahanan jaringan blockchain. Salah satu ukuran yang relevan adalah degree centrality, yaitu jumlah koneksi (degree) yang dimiliki sebuah simpul. Dalam graf yang dimodelkan, simpul C memiliki degree tertinggi, yaitu 3. Ini berarti C merupakan simpul yang berperan sebagai penghubung utama antar beberapa bagian jaringan. Jika simpul ini mengalami gangguan atau diserang, maka:

- Jalur terpendek antar simpul lain bisa menjadi lebih panjang.
- Beberapa simpul dapat menjadi terisolasi dari bagian jaringan lain.
- Fragmentasi jaringan bisa terjadi lebih cepat dibanding penghilangan simpul biasa.

Ilustrasi Simpul Penting (C sebagai Hub): Jika C dihapus, maka:

- A dan B tidak lagi terhubung ke D, E, dan F.
- Graf terbagi menjadi dua komponen terputus: {A, B} dan {D, E, F}.

Ini menunjukkan bahwa meskipun diameter dan derajat graf menunjukkan desentralisasi secara umum, keberadaan simpul dengan centrality tinggi tetap menjadi titik rawan keamanan jaringan.

E. Hasil Diskusi

Hasil pemodelan menunjukkan bahwa:

- Diameter graf yang kecil (4) menunjukkan bahwa informasi dapat menyebar secara efisien dalam jaringan, dan sebaliknya.
- Derajat simpul yang relatif merata menunjukkan tidak ada simpul dominan tunggal, yang baik untuk desentralisasi.
- Clustering coefficient yang bervariasi menunjukkan bahwa terdapat beberapa komunitas lokal yang memiliki hubungan kuat, sementara yang lain lebih terisolasi.

Dari sudut pandang keamanan dan ketahanan, jaringan seperti ini relatif tangguh terhadap kegagalan acak, tetapi mungkin rentan jika simpul dengan koneksi tinggi (seperti simpul C) gagal. Hal ini dapat menyebabkan fragmentasi jaringan, yaitu terputusnya konektivitas global akibat hilangnya simpul penting. Oleh karena itu, pemahaman struktur graf sangat krusial dalam mendesain dan mengevaluasi jaringan blockchain agar tetap handal dalam kondisi nyata.

IV. Kesimpulan

Jaringan blockchain dapat dimodelkan secara efektif sebagai graf, di mana simpul merepresentasikan node dalam jaringan dan sisi merepresentasikan koneksi antar node. Melalui pendekatan teori graf, analisis terhadap metrik seperti diameter graf, derajat simpul, dan clustering coefficient mampu memberikan gambaran yang jelas mengenai efisiensi komunikasi dan tingkat ketahanan (robustness) dari sistem.

Diameter graf yang rendah menunjukkan bahwa jalur komunikasi antar node relatif pendek, sehingga informasi dapat tersebar dengan cepat dan efisien. Derajat simpul yang merata mengindikasikan distribusi beban jaringan yang seimbang, yang sangat penting untuk mencegah terjadinya ketergantungan pada simpul pusat (hub). Sementara itu, clustering coefficient yang tinggi mencerminkan kecenderungan terbentuknya komunitas lokal yang padat koneksi, yang dapat meningkatkan ketahanan jaringan terhadap serangan lokal.

Analisis juga menunjukkan bahwa kehilangan simpul-simpul kunci dengan derajat tinggi dapat menyebabkan fragmentasi jaringan, yaitu kondisi di mana sebagian node terputus dan tidak dapat lagi berkomunikasi dengan jaringan utama. Hal ini membahayakan integritas dan desentralisasi blockchain sebagai sistem distribusi terbuka.

Dengan demikian, pemahaman terhadap struktur topologi jaringan blockchain melalui teori graf dapat memberikan dasar kuat untuk mendesain sistem yang lebih aman, efisien, dan tahan terhadap gangguan.

V. Ucapan Terimakasih

Dengan segala kerendahan hati, puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT. Berkat rahmat dan karunia-Nya, penulis berhasil menyelesaikan penyusunan makalah yang berjudul “Pemetaan Jaringan Blockchainn Sebagai Graf Terhubung : Analisis Diameter, Clustering, dan Kerentanannya.”.

Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang tulus kepada dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit, yaitu Dr. Ir. Rinaldi Munir, M. T dan Arrival Dwi Sentosa, S.Kom., M.T., atas segala bimbingan, arahan, dan kesabaran yang telah diberikan selama proses perkuliahan. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada seluruh pihak yang karyanya telah menjadi sumber referensi dalam penulisan makalah ini.

References

[1] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/20-Graf-Bagian1-2024.pdf, diakses pada 17 Juni 2025 pukul 09.00

[2] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2024-2025/21-Graf-Bagian2-2024.pdf, diakses pada 17 Juni 2025 pukul 09.00

[3] Satoshi Nakamoto, Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System (https://bitcoin.org/bitcoin.pdf), diakses pada 17 Juni 2025 pukul 10.00

Pernyataan

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 20 Juni 2025

Zahran Alvan P. W. 13524124